

段晚锁, 丁瑞强, 周非凡. 2013. 数值天气预报和气候预测可预报性研究的若干动力学方法 [J]. 气候与环境研究, 18 (4): 524-538, doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2012.12009. Duan Wansuo, Ding Ruiqiang, Zhou Feifan. 2013. Several dynamical methods used in predictability studies for numerical weather forecasts and climate prediction [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 18 (4): 524-538.

数值天气预报和气候预测可预报性研究的若干动力学方法

段晚锁¹ 丁瑞强¹ 周非凡²

¹ 中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029

² 中国科学院大气物理研究所云降水物理和强风暴实验室, 北京 100029

摘要 简要回顾了数值天气预报和气候预测可预报性研究的若干动力学方法, 包括用于研究第一类可预报性问题的线性奇异向量 (LSV) 和条件非线性最优初始扰动 (CNOP-I) 方法, 以及 Lyapunov 指数和非线性局部 Lyapunov 指数方法。前两种方法用于研究预报或预测的预报误差问题, 可以用于估计天气预报和气候预测的最大预报误差, 而且根据导致最大预报误差的初始误差结构的信息, 这两种方法可以用于确定预报或预测的初值敏感区。应该指出的是, LSV 是基于线性化模式, 对于描述非线性大气和海洋的运动具有局限性。因而, 对于非线性模式, 应该选择使用 CNOP-I 估计最大预报误差。Lyapunov 指数和非线性局部 Lyapunov 指数可以用于研究第一类可预报性问题中的预报时限问题, 前者是基于线性模式, 不能解释非线性对预报时限的影响, 而非线性局部 Lyapunov 指数方法则考虑了非线性的影响, 能够较好地估计实际天气和气候的预报时限。第二类可预报性问题的研究方法相对较少, 本文仅介绍了由我国科学家提出的关于模式参数扰动的条件非线性最优参数扰动 (CNOP-P) 方法, 该方法可以用于寻找到对预报有最大影响的参数扰动, 并可以进一步确定哪些参数最应该利用观测资料进行校准。另一方面, 通过对比 CNOP-I 和 CNOP-P 对预报误差的影响, 可以判断导致预报不确定性的主要误差因子, 进而指导人们着力改进模式或者初始场。

关键词 天气 气候 可预报性 最优扰动 非线性局部 Lyapunov 指数

文章编号 1006-9585 (2013) 04-0524-15

中图分类号 P437

文献标识码 A

doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2012.12009

Several Dynamical Methods Used in Predictability Studies for Numerical Weather Forecasts and Climate Prediction

DUAN Wansuo¹, DING Ruiqiang¹, and ZHOU Feifan²

¹ State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

² Laboratory of Cloud-Precipitation Physics and Severe Storms, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

Abstract Several dynamical methods used in predictability studies for numerical weather forecasting and climate prediction are briefly introduced. For the first type, the methods of linear singular vector (LSV), conditional nonlinear optimal initial perturbation (CNOP-I), Lyapunov exponent, and nonlinear local Lyapunov exponent (NLLE) are reviewed. The LSV and CNOP-I have been used to estimate maximal forecast errors and to identify sensitive areas

收稿日期 2012-01-11 收到, 2013-03-14 收到修定稿

资助项目 科技部创新方法工作专项项目 2008IM020500, 国家自然科学基金项目 41105038

作者简介 段晚锁, 男, 1973 年出生, 博士, 研究员, 目前主要从事气候可预报性理论、方法及其应用的研究。E-mail: duanws@lasg.iap.ac.cn

通讯作者 周非凡, E-mail: zhouff04@163.com

in the initial stages of weather and climate prediction. Because the former method is based on a linear model and has limitations in determining nonlinear atmospheric and oceanic motions, the latter is recommended for use in nonlinear models. The Lyapunov exponent and NLLE have been used to study predictable time issues. The former is based on linear models; therefore, it cannot be used to explore nonlinear effects. However, the latter considers these effects and can be used to more accurately estimate maximal predictable time in actual weather and climate prediction. For the second type of predictability study, this paper reviews only the method of conditional nonlinear optimal parameter perturbation (CNOP-P). The CNOP-P can be used to search parameter perturbations that largely affect the forecasts and to determine those that should be verified by observation. A comparison of forecast errors brought by CNOP-I and CNOP-P can be used to determine whether the model or initial state should first be improved.

Keywords Weather, Climate, Predictability, Optimal perturbation, Nonlinear local Lyapunov exponent

1 引言

在数值预报发展初期, Thompson (1957) 提出了这样一个问题: 在模式准确而初始资料存在一定误差的条件下, 对天气、气候的预报能达到何种水平。不久, Lorenz (1963) 在计算机上用他所建立的微分方程组进行关于天气预报的研究时偶然发现, 输入初始条件的极细微的舍入误差可以引起模拟结果的巨大变化。他用了一个形象的比喻来解释这个发现: 一只小小的蝴蝶在巴西的上空扇动翅膀, 可能在一个月后的美国德克萨斯州会引起一场风暴。这就是众所周知的“蝴蝶效应”, 也是最早描述的混沌现象之一。对于 Lorenz (1963) 所建立的描述大气运动规律的方程组, 用计算机模拟出其解的三维图像, 会得到一条自身不重叠或相交的双叶螺旋轨线, 称为“奇怪吸引子”。这种结构说明, 当模式积分较长的时间后, 我们只知道原来扰动的发展会在可能解的统计结果中, 但不知道它具体发展到何处, 甚至是吸引子的哪个区域。这时, 人们对大气状态的确定可能就同掷骰子一样成了随机的。因此, Lorenz (1963) 指出即使在模式完美无缺、初始条件近乎完全正确的情况下, 大气的可预报时段也是有限的。那么, 用何种方法估计天气可预报时间的上限就是可预报性研究中的一个重要方面, 同样的问题在气候预测中也是非常重要的研究内容。

真实地球大气和海洋是非常复杂的, 我们难以构建完美的数值模式准确模拟它们的运动, 因而不可避免的存在误差; 另一方面, 由于观测手段和观测仪器的局限性, 数值模式的初始场也存在误差。因此, 在目前的科学认知水平与技术条

件下, 数值天气预报和气候预测的水平还难以达到可预报性的上限。因此, 为了得到一个能够指导我们防灾减灾的预报产品, 我们应该对预报产品进行评估, 尤其要估计预报产品的预报误差。正如 Thompson (1957) 指出, 没有进行预报误差估计的预报不是一次完整的预报。所以, 要评估预报产品的有用性以及探讨如何提高预报技巧, 我们需要进行可预报性研究获取如下信息: 1) 预报产品的预报误差有多大? 2) 产生预报误差的原因与机制是什么? 3) 用何种方法与途径减小预报误差? 不难看出, 只有较好地回答了第一个问题, 对预报误差的范围心中有数, 才能决定能否将预报结果提供给有关部门与用户; 同时, 告诉用户预报误差的范围, 也有助于用户科学地使用预报结果。回答好了 2) 与 3) 问题, 可以指导、帮助我们改进预报模式、提高预报技巧, 提供更好的预报产品。这些关于预报或预测的研究内容就属于可预报性研究的内容。

可预报性研究是当前国际大气—海洋科学研究中的前沿热点领域 (李崇银, 1996), 同时也是天气预报和气候预测研究中的一个具有挑战性的问题。由非线性不稳定性和初始误差, 以及模式误差导致的天气、气候系统的预报结果的不确定性, 是天气、气候可预报性研究的最重要领域之一。该领域中, 预报结果不确定性和预报时限是实际天气预报和气候预测所关心的两个最关键的可预报性问题。

由于天气和气候的可预报性受到了模式误差和初始误差的限制, 如果假定模式是完美的, 仅仅考虑由初值的不确定性带来的预报误差和预报时限问题, 属于第一类可预报性问题 (Lorenz, 1975)。此类问题中预报结果的不确定性主要由于初始误

差（观测和分析误差）导致的。如果假定初始场不存在误差，而仅考虑由模式的不确定性带来的预报误差和预报时限问题，称为第二类可预报性问题。此类问题中预报误差和预报时限主要取决于模式对大气物理过程的描述能力以及模式方程在离散化时离散、谱截断产生的截断误差和舍入误差的大小。

上述两个问题的研究具有挑战性，其中最重要的原因之一即是缺少有效的方法。自从 Lorenz (1969) 将线性奇异向量方法引入气象学以来，最优化理论和方法越来越多地成为国际学者研究天气和气候第一类可预报性问题的重要方法。利用最优化理论和方法，国际学者们针对不同问题发展了不同的动力学方法。如 Lorenz (1969) 通过用切线性模式 (TLM) 近似非线性模式的方法，将线性奇异向量 (LSV) 方法引入气象学研究估计预报结果的不确定性；Fraedrich (1986, 1987) 用 Lyapunov 指数方法估计天气、气候的预报时限问题。考虑到上述方法的线性局限性，Mu et al. (2003) 将 LSV 拓展到非线性领域，提出了条件非线性最优扰动 (CNOP) 方法，将其应用于天气和气候的可预报性，揭示了非线性物理过程对可预报性的影响；Ding and Li (2007) 将 Lyapunov 指数方法拓展到非线性领域，提出了非线性局部 Lyapunov 指数，将其应用于大气和海洋的可预报性，考虑了非线性物理过程对预报时限的影响。

对于第二类可预报性问题的研究，许多研究常常通过盲目地调节模式参数或改变参数化方案减小模式误差，改进模式模拟能力，然而关于研究模式误差的发展演变规律，尤其是研究由模式误差导致的预报误差的上限的方法相对较少。目前，国际上关于该类研究的主要方法有最优随机强迫方法 (Stochastic Optimal; Moore and Kleeman, 1999) 和强迫奇异向量方法 (Forcing Singular Vector; FSV) (Barkmeijer et al., 2003)。然而，这些方法源于线性模式，对于估计非线性大气和海洋运动的可预报性具有很大局限性。Mu et al. (2010) 将 CNOP 方法拓展到估计数值模式参数不确定性导致的预报误差，提出了条件非线性最优参数扰动 (CNOP-P) 方法，从而为研究第二类可预报性问题的研究提供了一个有用的非线性方法。

本文将简单回顾研究上述两类可预报性问题的动力学方法的基本思想和应用。

2 第一类可预报性问题

如引言所述，第一类可预报性问题主要探讨由初始误差引起的预报不确定性问题。天气或气候系统的非线性不稳定性诱使初始误差快速增加，进而在未来某时刻掩盖信号，从而主宰天气或气候系统的预报，产生显著的预报误差。因此，如果能提前找到对预报结果有最坏影响的初始误差，进而滤掉该类误差，那么数值天气预报和气候预测的预报技巧可能会大大提高。另一方面，发展估计天气和气候预报时效的上限的研究方法也是至关重要的。本节将针对上述问题，介绍第一类可预报性问题的动力学研究方法。

2.1 线性奇异向量

Lorenz (1969) 在国际上最早将 LSV 方法应用于第一类可预报性问题的研究，考查由初始误差线性增长导致的预报不确定性问题。

考虑如下初值问题：

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + F(\mathbf{U}) = 0, \\ \mathbf{U}|_{t=0} = \mathbf{U}_0, \end{cases} \quad (2.1)$$

其中， F 是一个非线性偏微分算子， \mathbf{U}_0 为 \mathbf{U} 的初始状态向量。方程 (2.1) 在预报时刻 t 的数值解可以写成如下的形式：

$$\mathbf{U}_t = \mathbf{M}_t(\mathbf{U}_0), \quad (2.2)$$

其中 \mathbf{M}_t 是离散的非线性传播算子。 \mathbf{U}_t 为状态向量 \mathbf{U} 在 t 时刻的非线性发展。在状态向量 \mathbf{U}_0 上叠加一初始扰动 \mathbf{u}_0 ，其非线性发展如下：

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{u}_t = \mathbf{M}_t(\mathbf{U}_0 + \mathbf{u}_0), \quad (2.3)$$

其中 \mathbf{u}_t 为初始扰动 \mathbf{u}_0 的非线性发展。由于非线性的复杂性，LSV 方法将非线性传播算子 $\mathbf{M}_t(\mathbf{U}_0 + \mathbf{u}_0)$ 关于 \mathbf{U}_t 线性化，得到 $\mathbf{L}_t(\mathbf{U}_0)(\mathbf{u}_0)$ ，从而得到描述 LSV 的优化问题。

$$\lambda = \max_{\mathbf{u}_0} \frac{\|\mathbf{L}_t(\mathbf{U}_0)(\mathbf{u}_0)\|}{\|\mathbf{u}_0\|}, \quad (2.4)$$

其中 λ 为线性奇异值（即 LSV 的增长率）。切线性算子 \mathbf{L}_t 为一矩阵，根据矩阵理论，方程 (2.4) 可以重新写为

$$\lambda = \frac{\lambda_{\max} \|\mathbf{u}_0^*\|}{\|\mathbf{u}_0^*\|}, \quad (2.5)$$

这里 \mathbf{u}_0^* 为 LSV， λ_{\max} 为对称矩阵 $\mathbf{L}_t^* \mathbf{L}_t$ 最大特征值

的均方根 (L_t^* 为 L_t 的伴随矩阵)。由方程 (2.5) 可知, 给定任一常数 c , 矢量 $c \mathbf{u}_0^*$ 仍然是 LSV。另外, 对于不同的 c , LSV 具有相同的特征值。

LSV 是线性模式中的最快增长初始扰动, 许多研究将该方法应用于探讨对预报结果有最坏影响的初始误差。从上述讨论可知, LSV 应用的前提是线性模式能够近似描述初始扰动的发展, 也就是说, LSV 只能刻画非线性模式中充分小的初始扰动的短期发展, 而不能研究有限振幅初始扰动的发展, 不能揭示非线性对初始扰动增长的影响。因而, LSV 不能代表非线性模式中的增长最快的有限振幅初始扰动。

2.2 条件非线性最优扰动方法

为了考察大气非线性运动对可预报性的影响, Mu (2000) 提出了非线性奇异向量和非线性奇异值的概念, 这是对线性奇异向量和线性奇异值的推广。Mu and Wang (2001) 采用二维正压准地转模式, 用数值方法求得了不同基态的非线性奇异向量, 结果表明当非线性奇异向量充分小时, 可用 LSV 来近似代替它, 但对于较大的非线性最优扰动, 相应的切线性模式不能很好地近似非线性模式。另外, 对于一些基态, 在最大化目标函数的时候, 可能得到局部最优解。该局部最优解称为局部非线性最优扰动。这一类扰动由于非全局最优解, 因此通常具有相对较小的增长率, 但它可能具有较大的能量, 对可预报性的影响可能比非线性奇异向量大, 在可预报性研究中有更重要的作用。然而, 局部非线性最优扰动可能比观测误差要大得多, 为了确保非线性最优扰动总在允许的初始误差范围内, Mu et al. (2003) 和 Mu and Duan (2003) 进一步提出了条件非线性最优扰动 (CNOP) 方法。CNOP 是满足一定的物理约束条件, 且在预报时刻具有最大非线性发展的一类初始扰动, 这种初始扰动对预报结果具有最大影响。

对于给定的范数 $\|\bullet\|$, 初始扰动 $\mathbf{u}_{0\delta}$ 称为 CNOP, 当且仅当

$$J(\mathbf{u}_{0\delta}) = \max_{\|\mathbf{u}_0\| \leq \delta} J(\mathbf{u}_0), \quad (2.6)$$

其中

$$J(\mathbf{u}_0) = \|\mathbf{M}_t(\mathbf{U}_0 + \mathbf{u}_0) - \mathbf{M}_t(\mathbf{U}_0)\|, \quad (2.7)$$

其中 $\|\mathbf{u}_0\| \leq \delta$ 为初始约束条件。初始扰动及其非线性发展都由范数 $\|\bullet\|$ 度量。这里为简单起见, 假设初始约束为球约束。当然, 也可以研究初始扰动属

于某一类泛函集合, 或者初始扰动满足某一物理规律, 这要依据具体的物理问题而定。

数学上 CNOP 是给定目标函数在约束条件下的全局极大值点。某些情况下, 目标函数可能存在多极值点, 即目标函数的极大值可能在多个相空间点取得; 目标函数也可能存在局部极大值点, 称之为局部 CNOP。CNOP 和局部 CNOP 可以通过 SQP (Sequential Quadratic Programming) 和 SPG2 (Spectral Projected Gradient 2) 算法求得, 这些算法是二次规划问题, 用于解决带有等式和不等式约束条件的非线性优化问题。

令

$$J_1(\mathbf{u}_0) = -\frac{1}{2}[J(\mathbf{u}_0)]^2, \quad (2.8)$$

方程 (2.6) 转化为极小值问题

$$J_1(\mathbf{u}_{0\delta}) = \min_{\|\mathbf{u}_0\| \leq \delta} J_1(\mathbf{u}_0). \quad (2.9)$$

优化算法 SQP 和 SPG2 要求提供目标函数 $J_1(\mathbf{u}_0)$ 关于初始扰动 \mathbf{u}_0 的梯度, 通常伴随方法是数值计算中求取梯度的一个有效的方法。采用伴随方法, 目标函数 $J_1(\mathbf{u}_0)$ 关于初始扰动 \mathbf{u}_0 的梯度可以写为如下形式

$$\nabla J_1(\mathbf{u}_0) = -L_t^*(\mathbf{U}_0 + \mathbf{u}_0)[\mathbf{M}_t(\mathbf{U}_0 + \mathbf{u}_0) - \mathbf{M}_t(\mathbf{U}_0)], \quad (2.10)$$

其中 $L_t^*(\mathbf{U}_0 + \mathbf{u}_0)$ 是切线性算子 $L_t(\mathbf{U}_0 + \mathbf{u}_0)$ 的伴随算子。获得梯度之后, 即可进行数值求解 CNOP。

Duan et al. (2004)、Mu and Zhang (2006)、Jiang et al. (2008) 分别考察了各种简单模式下的 CNOP 的特性。结果表明, 当给定的初始约束较小 (有限振幅初始扰动的振幅较小) 或者优化时间较短时, 它可以近似为 LSV, 但二者的差别随约束值的增加和优化时间的增长而增大。另外, 在一些例子中, 存在局部 CNOP, 且这些局部 CNOP 有清晰的物理意义。再者, 所有的 CNOP 和局部 CNOP 都在给定约束条件的边界上获得。Mu et al. (2009) 在用复杂模式 (如 MM5) 对 CNOP 的研究中, 也存在类似的特性 (如图 1)。

CNOP 具有明确的物理意义。

首先, 当初始扰动代表某一气候距平模式的初始距平时, 相应的 CNOP 描述了某一天气或气候事件的最优前期征兆, 也就是说, CNOP 是最容易发展成该天气或气候事件的初始模态。例如, 徐辉

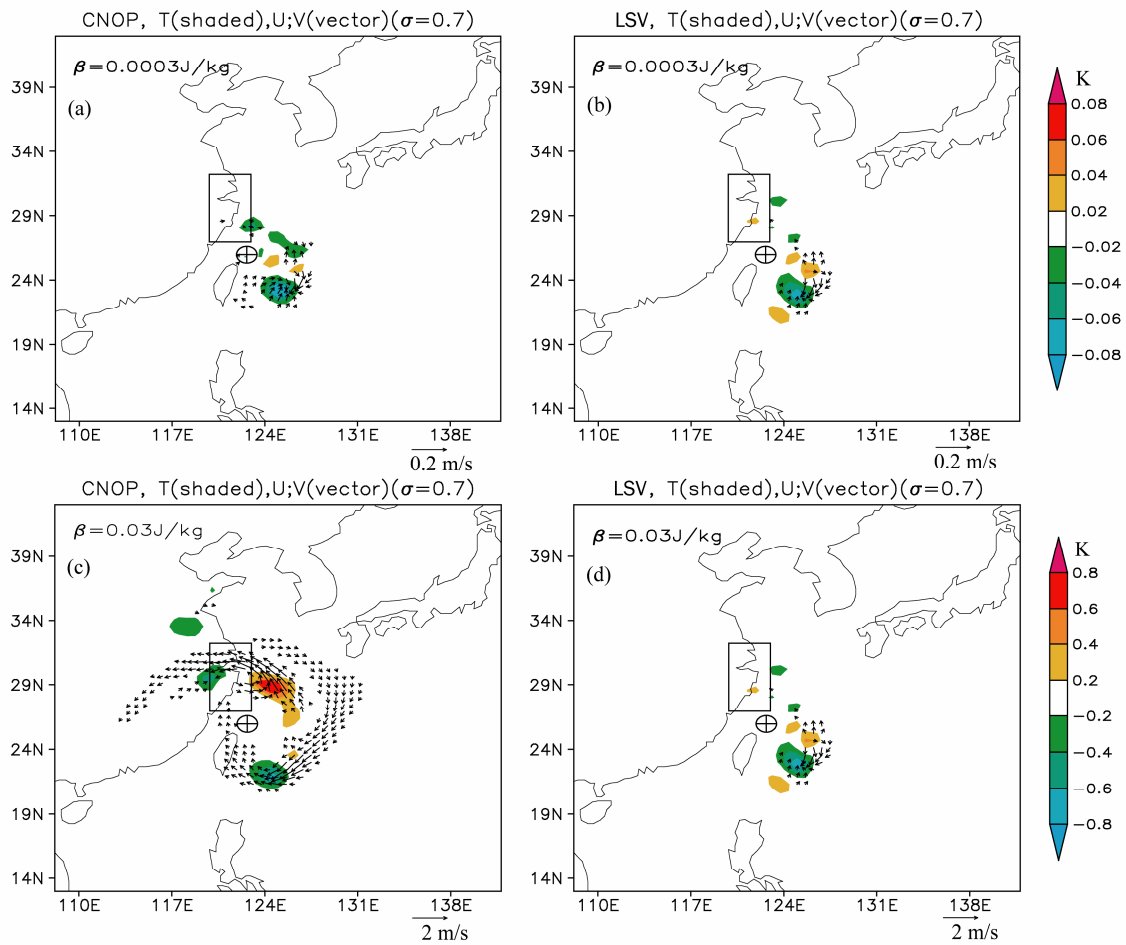


图1 台风麦莎个例。由 MM5 模式在不同约束值 (β) 下计算得到的 CNOP 和 LSV 的风场 (矢量) 和温度场 (阴影) 在 $\sigma=0.7$ 上的分布图。初始时刻为 2005 年 8 月 5 日 00:00 (协调世界时, 下同), 优化时长为 24 h (矩形区域为验证区域, \oplus 表示初始时刻台风所在的位置。LSV 的形状不随初始约束值的改变而改变, 体现了线性的特征; 当给定的初始约束较小时, CNOP 和 LSV 较为相似, 说明线性近似可以成立; 当给定的初始约束较大时, CNOP 和 LSV 差别较大, 体现了非线性的影响) (Mu et al., 2009)

Fig. 1 Typhoon Matsa Temperature (shaded) and wind (vector) components of conditional nonlinear optimal perturbation (CNOP) and linear singular vector (LSV) at $\sigma=0.7$ with different constraint β over a 24-h optimization time interval initialized at 0000 UTC on 5 Aug 2005 (the boxes indicate the verification area. \oplus indicates the initial position of the cyclone. The same pattern of the LSV with different constraint shows the linear feature. When the constraint is small, the linear approximation is tenable since the CNOP shows the same pattern as the LSV. When the constraint is large, the nonlinearity acts and there is notable difference between CNOP and LSV) (Mu et al., 2009)

(2006) 使用 CNOP 方法研究了 ENSO 事件的最优前期征兆, 揭示了非线性对最优 ENSO 初始模态的影响。该研究通过使用 Zebiak-Cane 海气耦合距平模式 (Zebiak and Cane, 1987), 构造了反映海表温度距平 (SSTA) 在预报时刻有最大发展的目标函数, 计算了季节循环的 CNOP。研究表明, 对于每一个优化时间区间都对应有一个 CNOP, 并且所有这些 CNOPs 均位于约束条件的边界上, 总是具有偶极子的现象, 表现为在中西太平洋是 SSTA 负异常, 在东太平洋为 SSTA 正异常, 斜温层深度距平沿着赤道为一致的正异常 (图 2)。由 SSTA 的分布可以看出沿着赤道有很强的东西热力

差异, 这种差异有利于强的西风异常。而斜温层深度距平沿着赤道为一致的正异常表明初始次表层的暖水导致上升流更加暖和。这种条件最有利于 El Niño 事件的发生。虽然 LSV 具有与 CNOP 类似的结构, 但它覆盖了相对较小的区域, 而且具有较弱的东西热力差异和相对较小的斜温层深度距平的正异常, 且发展成相对较弱的 El Niño 事件。所以, CNOP、而不是 LSV, 代表了 El Niño 的最优前期征兆。

其次, 当 CNOP 被考虑为叠加在某一天气或气候事件上的初始扰动时, 它代表了在预报时刻对预报结果影响最大的一类初始误差。

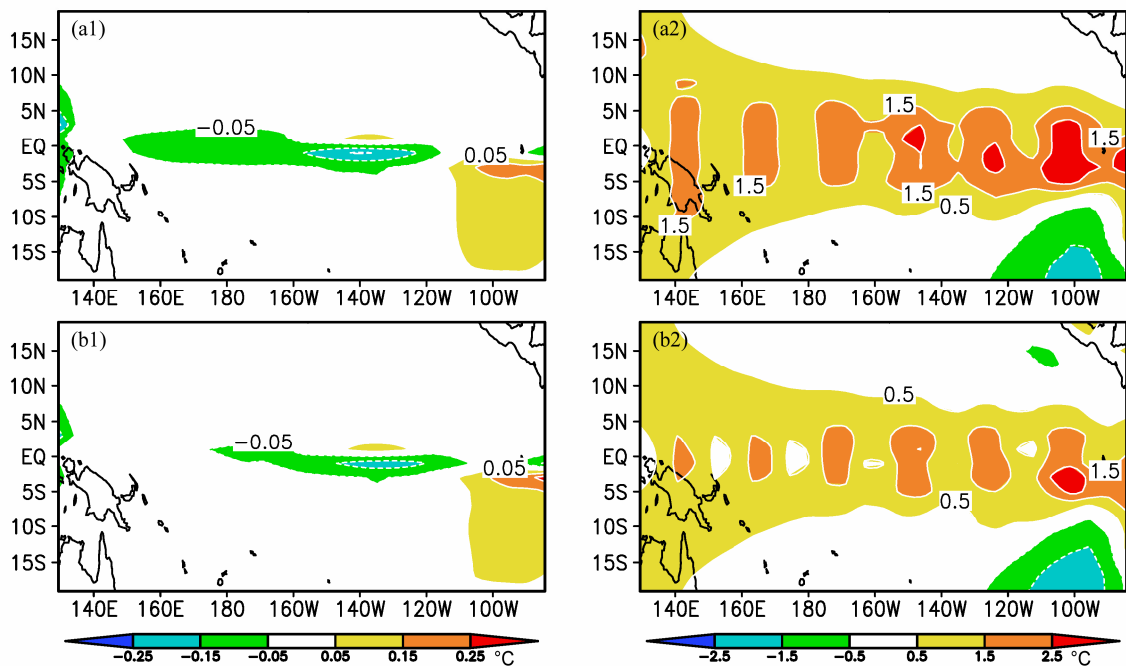


图2 Zebiak-Cane 海气耦合距平模式得到的热带太平洋 (a1、a2) CNOP、(b1、b2) LSV 的 SSTA 分量 (左列) 以及斜温层深度距平分量 (右列) 的分布 (徐辉, 2006)

Fig. 2 The SSTA (left column) and the thermocline depth anomaly (right column) components of (a1, a2) CNOP and (b1, b2) LSV in the tropic Pacific from the Zebiak-Cane Model (Xu, 2006)

Mu et al. (2007a, 2007b) 和 Yu et al. (2009, 2012) 分别将 CNOP 方法应用于 ENSO 的春季可预报性障碍 (SPB) 问题的研究。结果表明, CNOP 型初始误差有明显的季节依赖特征, 在 El Niño 事件的不同发展阶段, CNOP 型初始误差都会导致 SPB; LSV 型初始误差的发展虽然也有明显的季节依赖性, 但其在各个季节的增长率远远小于 CNOP 误差导致的预报误差的增长率 (图 3), 从而导致相对较弱的 SPB 现象, 从而体现了 CNOP 和 LSV 的差异。也就是说, CNOP 是对预报结果有最坏影响的一类初始误差。

CNOP 也被用于数值天气预报可预报性问题的研究。如 Mu et al. (2009)、Zhou and Mu (2011)、Qin and Mu (2011) 将 CNOP 方法用于台风目标观测的研究中, 考查台风的可预报性问题。研究表明, 用 CNOP 确定的敏感区进行目标观测对台风预报的改善程度总的说要大于用 LSV 确定的敏感区进行目标观测对台风预报的改善程度。Zhou and Mu (2011) 考察不同验证区域设计下 CNOP 识别的敏感区与 LSV 识别的敏感区的区别, 并研究了在各种敏感区内减小初始误差对预报效果的改善程度 (用预报误差的总能量表示)。结果表明, 不论采用哪种验证区域, 在 CNOP 识别的敏感区内减小初始误

差对预报效果的改善程度要大于在 LSV 识别的敏感区内减小初始误差对预报效果的改善程度 (图 4)。Qin and Mu (2011) 计算了 2009 年西太平洋 7 个热带气旋的 CNOP 和 LSV, 并用它们确定了敏感区, 考查在敏感区内同化模拟观测资料对台风路径预报的改善程度。结果表明: 7 个台风个例中有 6 个个例的路径预报得到了改善, 若在 CNOP 敏感区内进行目标观测, 改善程度为 13%~46%; 若在 LSV 敏感区内进行目标观测, 改善程度为 14%~23%; 而且上述改善不仅出现在优化时间段内 (24~48 h), 甚至延续到 72 h (以“妮姐”为例, 如图 5 所示)。这些结果说明, CNOP 方法较 LSV 方法可以更加有效地识别台风路径预报的敏感区, 从而为改进台风预报提供新思路。

第三, CNOP 由于具有满足约束条件且在预报时刻有最大非线性发展的特点, 从而在敏感性和稳定性研究中代表了有限时段非线性最不稳定 (或最敏感) 的初始扰动。例如, CNOP 方法被用于海洋热盐环流的敏感性分析 (Sun et al., 2005)、双旋海洋环流和斜压不稳定性流的非线性行为的研究 (Terwisscha and Dijkstra, 2008; Riviere et al., 2008), 集合预报和阻塞爆发 (Mu and Jiang, 2008a, 2008b), 生态系统模拟的不确定性 (Sun and Mu, 2009) 等领域。在关

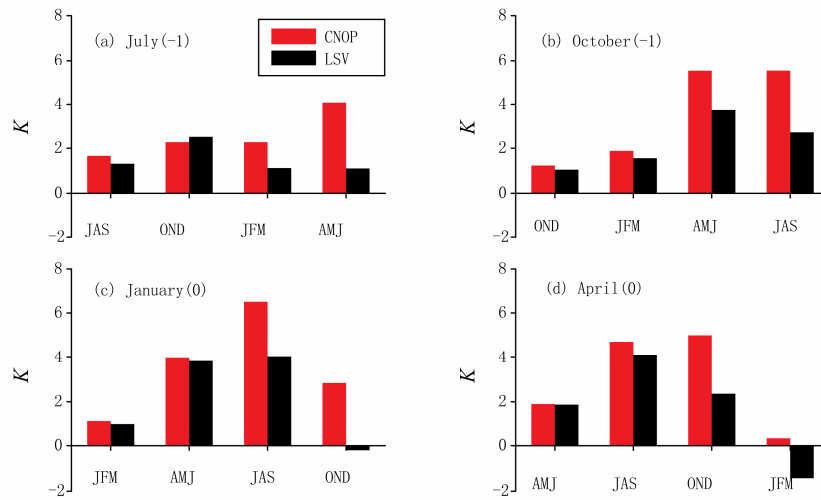


图3 在 El Niño 事件的不同发展阶段, CNOP 型和 LSV 型初始误差的季节增长率。预报的起始月份分别为 (a) 7 月、(b) 10 月、(c) 1 月、(d) 4 月 (Duan and Mu, 2009)

Fig. 3 Ensemble mean of the seasonal growth rate for the CNOP-type errors and the LSV-type errors for the El Niño events. The start months of the predictions are (a) Jul, (b) Oct, (c) Jan, and (d) Apr (Duan and Mu, 2009)

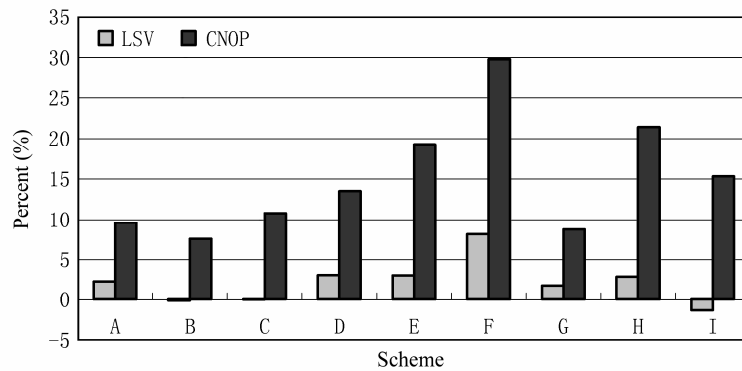


图4 台风个例云娜不同验证区域设计下得到的 CNOP 敏感区 (深灰色) 和 LSV 敏感区 (浅灰色) 对预报技巧的改善情况 (用预报误差的能量的减小程度来表示) (Zhou and Mu, 2011)

Fig. 4 The benefits (in percent) brought by the reductions of the initial errors in the CNOP-identified sensitive areas (dark grey) and in the LSV-identified sensitive areas (light grey) for typhoon Yunna (Zhou and Mu, 2011)

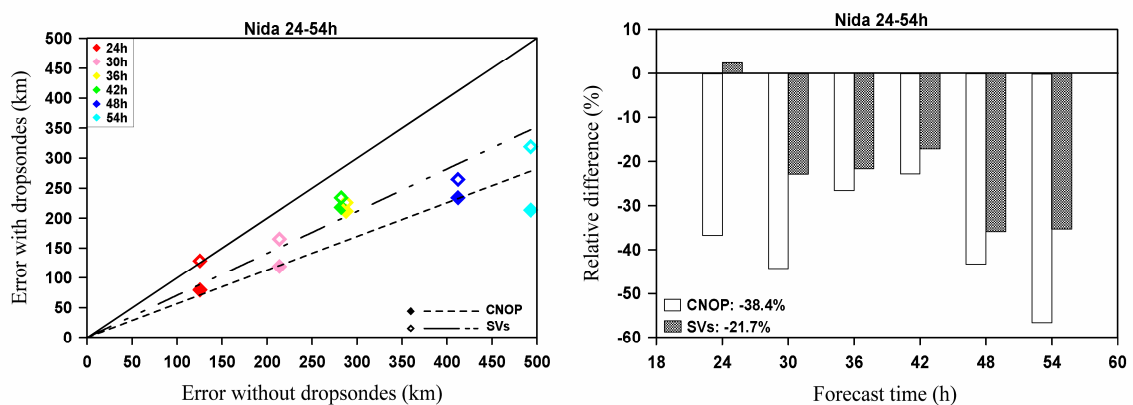


图5 台风个例妮姐进行目标观测和不进行目标观测路径预报误差比较及相对预报误差减小程度 (Qin and Mu, 2011)

Fig. 5 (a) Track forecast errors for typhoon Nida and (b) relative differences (Qin and Mu, 2011)

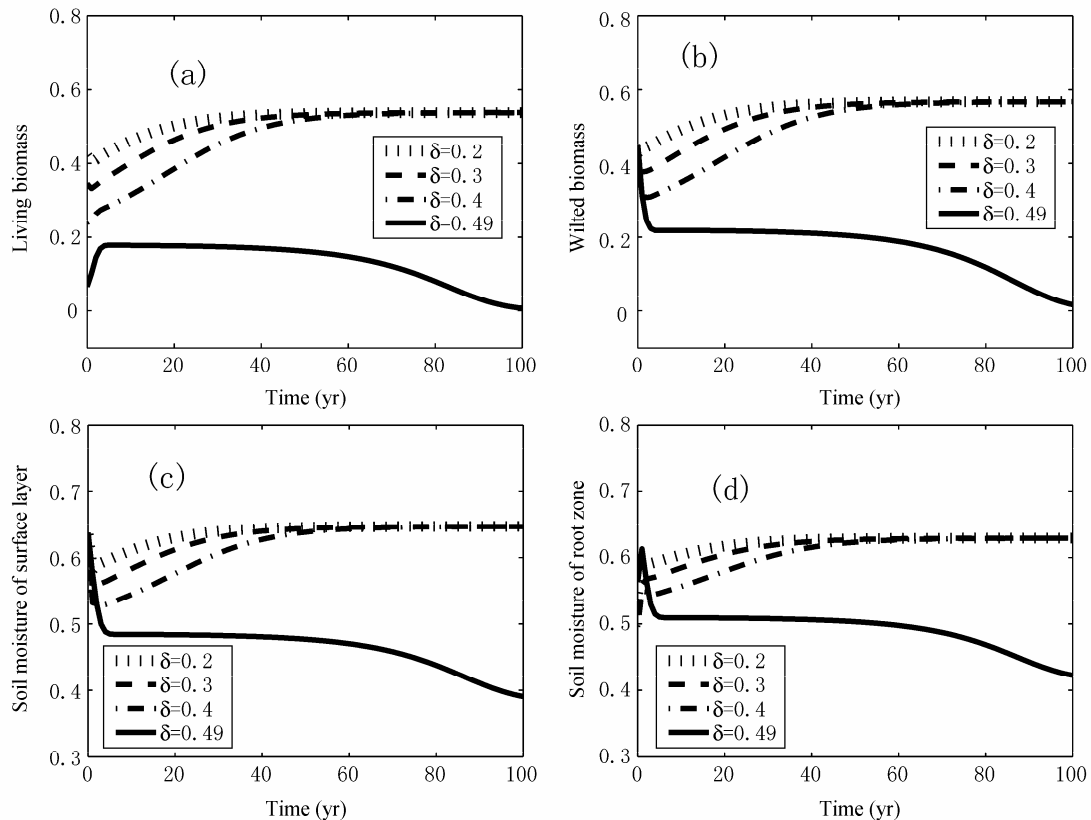


图6 不同 δ 情况下, 草原生态系统叠加 CNOP 型初始扰动后 100 a 的非线性发展情况: (a) 生草量; (b) 枯草量; (c) 表土层水分含量; (d) 根系层水分含量 (Sun and Mu, 2009)

Fig. 6 The 100-a nonlinear evolutions of the grassland ecosystem for different values of δ , with grassland state plus CNOPs as initial values: (a) Living biomass; (b) wilted biomass; (c) soil moisture of surface layer; (d) soil moisture of root zone (Sun and Mu, 2009)

于生态系统模拟的不确定性研究中, 将 $\delta = 0.49$ 时得到的 CNOP 型初始扰动叠加在草原平衡态上, 能够导致草原平衡态到沙漠平衡态的突变 (如图 6), 而叠加相同大小的 LSV 型初始扰动则不能导致该突变 (如图 7)。这些研究充分表明, CNOP 方法也是研究不稳定性 and 敏感性问题的一个有效工具, 它能够揭示非线性的影响。

2.3 非线性局部 Lyapunov 指数

如引言所述, 预报时限是天气预报和气候预测所关心的关键的可预报性问题之一。目前在定量估计大气可预报时限研究中使用最多的主要有两种方法: 一个是利用数值模式进行数值试验的方法 (Leith, 1983; 陈明行和纪立人, 1989; Simmons et al., 1995), 另一个就是利用非线性动力系统理论的方法 (Fraedrich, 1986, 1987; Keppenne and Nicolis, 1989)。由于目前的数值模式不能完全反映大气的真实属性, 所估计的可预报性仅仅是数值模式的属性而并非实际大气的属性, 因此利用数值模式估计可预报性的方法并非确定实际大气

可预报性的最有效方法。相比于数值模式, 大气观测资料包含了相当大部分 (受限于观测误差与有限的时空分辨率, 因此并不是全部) 实际大气演化的真实信息, 因此利用实际观测资料来估计实际大气的可预报时限是十分合理的。非线性动力系统理论方法可以实现利用实际观测资料对实际大气可预报时限的估计, 在一定程度上可以弥补数值模式方法估计实际大气可预报性的不足。

非线性动力系统理论的方法是从动力系统理论 (Lyapunov 稳定性理论) 和初始误差增长的观点出发来研究可预报性问题。在动力系统理论分析中, Lyapunov 指数是度量相空间中初始邻近轨道长期平均指数发散 (收缩) 率的一个物理量, 它可以表征初始无限小误差的增长率, 因此, 可用它讨论大气平均可预报性。后来, 为了度量相空间的局部可预报性, 在全局 Lyapunov 指数基础上, 引入了局部或有限时间 Lyapunov 指数 (Yoden and Nomura, 1993; Kazantsev, 1999; Ziemann et al., 2000)。但是, 局部 Lyapunov 指数本质上与全局

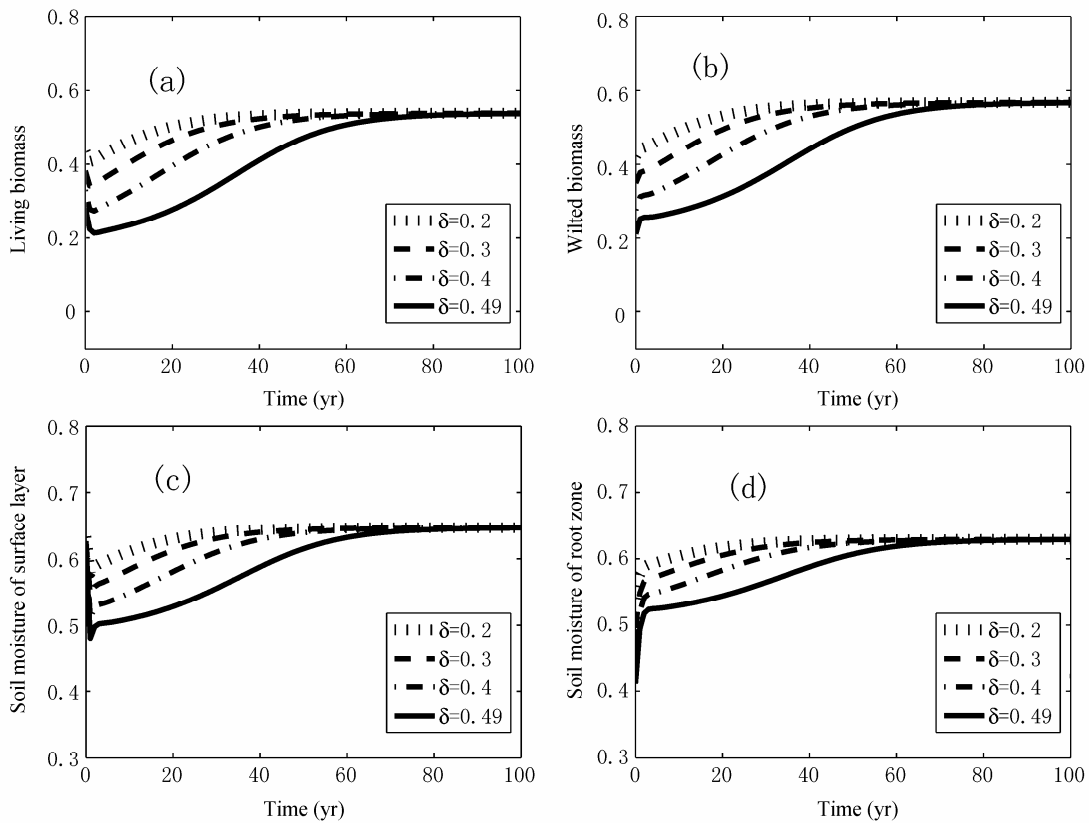


图7 同图6, 但为叠加 LSV 型初始扰动后的非线性发展情况 (Sun and Mu, 2009)
Fig. 7 The same as Fig. 6, but with grassland state plus LSVs as initial values (Sun and Mu, 2009)

Lyapunov 指数相同, 都是建立在无穷小误差动力学基础上的, 属于线性误差增长理论的范畴。为了确定可预报期限, 不能只局限于误差增长的线性行为, 还应包括误差增长的非线性行为 (Lacarra and Talagrand, 1988; Mu, 2000; Li and Wang, 2008; 丁瑞强和李建平, 2008)。

2.3.1 非线性局部 Lyapunov 指数的定义

为了克服线性误差增长理论在可预报性研究中的局限, 李建平 (2006)、丁瑞强和李建平 (2007)、Ding and Li (2007)、Ding et al. (2008a)、李建平 and 丁瑞强 (2009) 对非线性系统的误差发展方程不作线性化近似, 直接用原始的误差发展方程来研究初始误差的发展, 在此基础上引入了非线性局部 Lyapunov 指数 (NLLE) 的概念。非线性局部 Lyapunov 指数的定义为

$$\lambda(x(t_0), \delta(t_0), \tau) = \frac{1}{\tau} \ln \frac{\|\delta(t_0 + \tau)\|}{\|\delta(t_0)\|}, \quad (2.11)$$

其中 $\lambda(x(t_0), \delta(t_0), \tau)$ 不仅依赖于相空间中参考轨道的初始状态 $x(t_0)$ 和演化时间 τ , 还与初始误差 $\delta(t_0)$ 有关, 较传统的 Lyapunov 指数有明显的优越

性 (图 8)。如果要从整体上考察初始误差的演化, 需要引入整体系统平均的非线性局部 Lyapunov 指数:

$$\bar{\lambda}(\delta(t_0), \tau) = \langle \lambda(x(t_0), \delta(t_0), \tau) \rangle_N, \quad (2.12)$$

其中 $\langle \rangle_N$ 表示 N ($N \rightarrow \infty$) 个样本的集合平均; 误差平均相对增长可以通过平均非线性局部 Lyapunov 指数获得:

$$\bar{E}(\delta(t_0), \tau) = \exp[\bar{\lambda}(\delta(t_0), \tau)\tau]. \quad (2.13)$$

2.3.2 误差平均相对增长的饱和定理

Ding and Li (2007) 证明得到了误差平均相对增长的饱和定理, 并以此定理为依据给出了定量确定混沌系统可预报期限的方法。下面给出 Ding and Li (2007) 中得到的误差平均相对增长饱和定理及其证明。

定理: 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是独立随机变量序列, 均服从如下的概率分布:

$$f(x) = \begin{cases} p(x), & \varepsilon \leq x \leq a, \\ 0, & x < \varepsilon \text{ 或 } x > a, \end{cases} \quad (2.14)$$

其中, ε 是一个任意小的正数, a 是一个正常数, $p(x)$ 为定义在 $[\varepsilon, a]$ 区间上的连续函数。令

$$Z_n = \left(\prod_{i=1}^n X_i \right)^{1/n},$$

那么,

$$Z_n \xrightarrow{P} c \quad (n \rightarrow \infty), \quad (2.15)$$

其中, \xrightarrow{P} 表示依概率收敛于, c 为依赖于 $p(x)$ 的一个常数。

证明: 对 Z_n 两边取对数, 得

$$\ln Z_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i.$$

因为 X_i 独立同分布, 所以 $\ln X_i$ 也独立同分布。又

$$E(\ln X_i) = \int_{\varepsilon}^a \ln x \cdot p(x) dx.$$

$\ln x \cdot p(x)$ 在 $[\varepsilon, a]$ 区间上连续可积, 则得到

$$E(\ln X_i) = \int_{\varepsilon}^a \ln x \cdot p(x) dx = b,$$

其中, b 为依赖于 $p(x)$ 的一个常数; 由辛钦大数定律得

$$\ln Z_n \xrightarrow{P} b.$$

即有 $Z_n \xrightarrow{P} e^b = c$, 证毕。

推论: 从公式 (2.11)、(2.12)、(2.13) 可得

$$\bar{E}(\delta(t_0), \tau) = \exp \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \frac{\delta_i(t_0 + \tau)}{\delta_i(t_0)} \right].$$

这里 $\delta(t_0) = \|\delta(t_0)\|$ 。对于相同大小的初始误差 $\delta(t_0)$, 有

$$\bar{E}(\delta(t_0), \tau) = \left[\prod_{i=1}^N \delta_i(t_0 + \tau) \right]^{1/N} / \delta(t_0).$$

对于混沌系统, 随着 $\tau \rightarrow \infty$, $\delta_1(t_0 + \tau), \delta_2(t_0 + \tau), \dots, \delta_N(t_0 + \tau)$ 将服从类似于公式 (2.15) 的独立同分布 (ε 和 a 分别对应于混沌吸引子上任意两点的最大和最小距离)。因此, 利用上面的定理可以得到

$$\bar{E}(\delta(t_0), \tau) \xrightarrow{P} c \quad (N \rightarrow \infty),$$

这即是误差平均相对增长的饱和定理。 c 能被看作是 $\bar{E}(\delta(t_0), \tau)$ 的理论饱和值。利用这个饱和值, 可预报期限能被定量地确定。误差平均相对增长的饱和定理为定量地确定混沌系统的可预报期限提供了依据。

2.3.3 NLLE 方法在大气可预报性中的应用

为了将 NLLE 方法应用到大气实际的可预报性研究中, 根据非线性动力系统的理论和大气动力学特征, 丁瑞强和李建平 (2009a)、Li and Ding (2011) 给出了在观测资料中寻找局地动力相似来估计 NLLE 的计算方法。局地动力相似不但要求相

似点初始误差小, 而且它们在短时间内的演化距离也要小; 如果两个点的初始距离为 d_0 , 而在短的时间 τ 内两个点演化距离为 d_c (τ 依赖于时间序列的持续性, 持续性越小意味着初始距离的分离越快, 因此 τ 越小), 局地动力相似程度用初始距离与演化距离之和来度量, 即 $d = d_0 + d_c$; 在遍寻整个时间序列后, d 最小的点即为参考点的局地动力相似。通过考察参考点与其局地动力相似点之间的误差增长率, 即可估计 NLLE (图 9)。在局地动力相似度量中除了传统方法用的初始距离, 还加入了演化距离, 这可以有效地排除了初始时刻很接近但随时间快速分离的虚假的相似点。因此, 基于观测资料, NLLE 方法可以用来研究大气各种时间尺度的可预报性问题, 揭示大气真实的可预报性。

首先, 将 NLLE 方法应用于天气可预报性空间分布的研究 (丁瑞强和李建平, 2009b), 发现了全球天气可预报期限表现为一定的南北纬向带状分

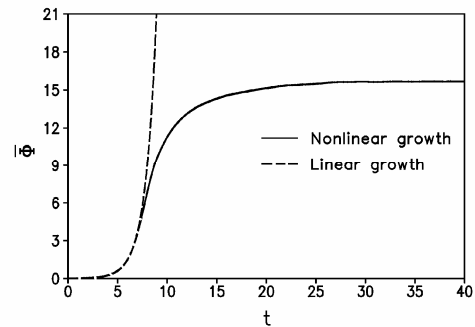


图 8 用传统 Lyapunov 指数得到的线性误差增长与非线性局部 Lyapunov 指数得到的非线性误差增长比较 (Ding and Li, 2007)
Fig. 8 Linear and nonlinear average growth of errors in the Lorenz system as a function of time (Ding and Li, 2007)

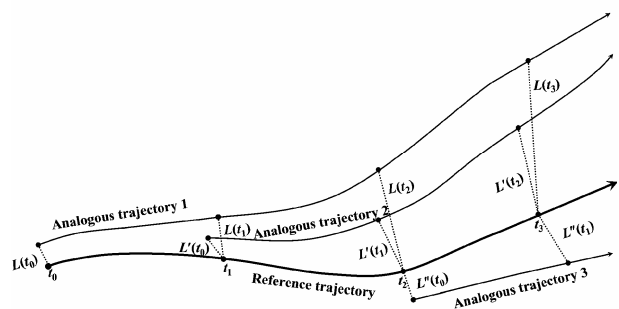


图 9 从观测资料中寻找局地动力相似来估计 NLLE 的示意图 (计算参考轨道与其相似轨道之间的距离随时间的增长率, 即可估计 NLLE) (Li and Ding, 2011)

Fig. 9 A schematic representation of the evolution procedure used to estimate the NLLE from experimental or observational data. The average of the growth rates of the distances between the reference trajectory and all analogous trajectories is used to estimate the NLLE (Li and Ding, 2011)

布, 热带地区和南北极地区的可预报期限都比较高, 最高值处达到了两周, 而在南北半球的中高纬度地区可预报期限较小 (图 10)。随着季节变化, 天气可预报期限的分布中的区域特征会有一些变化, 即一些可预报性期限高值区和低值区所在的纬度和经度发生了改变, 总体来说, 全球大部分地区的可预报性在冬季都大于夏季的; 其次, 将 NLE 方法应用于气候可预报性空间分布的研究 (李建平和丁瑞强, 2008), 结果表明, 月和季节尺度可预报期限的空间分布都存在明显的南北经向性差异, 其中在热带地区月和季节尺度可预报期限都为最大, 月尺度可预报期限都在 6 个月以上, 其中最高值超过了 9 个月, 而季节尺度可预报期限基本上都在 8 个月以上, 其中最高值超过了 11 个月。从热带地区到南北半球中纬度地区, 随着纬度的升高, 月和季节尺度可预报期限也迅速减少 (图 11); 再次, 将 NLE 方法应用于全球变暖背景下大气可预报性异常变化的研究 (Ding et al., 2008b), 发现北半球中高纬度的大部分地区从 1950~1990 年代天气可预报性明显减小, 这在一定程度上加大了准确预报天气的难度。进一步研究表明, 全球变暖导致大气稳定度变化是大气可预报性变化的重要原因之一。最后, 将 NLE 方法应用于热带大气 30~60 d 季节内振荡 (MJO) 可预报性的研究 (Ding et al., 2010, 2011), 结果表明, MJO 的可预报期限为 5 周左右, 这个可预报期限明显大于目前数值或者统计模式对 MJO 可预报期限的估计, 比较接近于 MJO 本身的时间尺度, 结果更为合理。这些结果给出了气候可预报性的立体图像, 对短期气候的模拟和预测具有重要的指导意义。

3 第二类可预报性问题

如引言所述, 第二类可预报性问题主要探讨由模式误差引起的预报不确定性问题。模式误差在数值模式积分过程中能够被放大, 进而对预报误差产生重要的影响。因此, 如果能找到模式误差的“源头”, 进而改进数值预报模式, 那么数值天气预报和气候预测的预报技巧将会大大提高。

国际上关于该类问题研究的一个重要方面是考察数值模式中参数 (或参数向量) 的不确定性导致的模式误差对可预报性的影响。通常的做法是通过直接选取不同的参数值研究不确定的参数对预

报结果的影响 (Zebiak and Cane, 1987; Liu, 2002), 进而探讨预报效果对参数的敏感依赖性。这种方法具有一定的盲目性。

CNOP 方法作为最优化方法的一种, 能够体现非线性的影响。由前可知, 其在研究初始条件的不确定性方面, 已经取得了相当的成功。Mu et al. (2010) 从理论上将 CNOP 方法推广到适用于模式参数误差引起的预报结果不确定性的研究 (简称为 CNOP-P, 此后关于初始扰动的 CNOP 称为 CNOP-I), 并给出了利用伴随方法解决复杂模式中的参数优化问题的方案。CNOP-P 可以用来计算满足给定参数约束条件、在预报时刻预报误差最大的参数扰动, 考查参数的不确定性导致的预报不确定性问题。本节将简要介绍 CNOP-P 在第二类可预报性问题研究中的应用。

考虑含有参数的初值问题:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + F(\mathbf{U}, \mathbf{P}) = 0, \\ \mathbf{U}|_{t=0} = \mathbf{U}_0, \end{cases} \quad (3.1)$$

其中 \mathbf{P} 为模式参数, 上述方程在预报时刻 t 的数值解可以写成如下的形式:

$$\mathbf{U}_t = \mathbf{m}_t(\mathbf{P})(\mathbf{U}_0), \quad (3.2)$$

当考虑参数扰动时, 解为

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{u}_t(\mathbf{p}') = \mathbf{M}_t(\mathbf{P} + \mathbf{p}')(\mathbf{U}_0). \quad (3.3)$$

对于给定的范数 $\|\bullet\|$, 参数扰动 \mathbf{p}'_σ 称为 CNOP-P, 当且仅当

$$J(\mathbf{p}'_\sigma) = \max_{\|\mathbf{p}'\| \leq \sigma} J(\mathbf{p}'), \quad (3.4)$$

其中

$$J(\mathbf{p}') = \|\mathbf{M}_t(\mathbf{P} + \mathbf{p}')(\mathbf{U}_0) - \mathbf{M}_t(\mathbf{P})(\mathbf{U}_0)\|. \quad (3.5)$$

CNOP-P 的求解与 CNOP-I 类似, 同样地, 也将 (3.1) 式转化为极小值问题

$$J_1(\mathbf{p}'_\sigma) = \min_{\|\mathbf{p}'\| \leq \sigma} J_1(\mathbf{p}'), \quad (3.6)$$

其中

$$J_1(\mathbf{p}') = -\frac{1}{2}[J(\mathbf{p}')]^2.$$

采用伴随方法, 目标函数 $J_1(\mathbf{p}')$ 关于参数扰动 \mathbf{p}' 的梯度可以写为如下形式 (Mu et al., 2010)

$$\frac{\partial J_1}{\partial \mathbf{p}'} = -\boldsymbol{\lambda}_2(0) = -\int_t^0 \left[\frac{\partial F(\mathbf{U}_\tau + \mathbf{u}_\tau; \mathbf{P} + \mathbf{p}')}{\partial \mathbf{p}'} \right]^* \boldsymbol{\lambda}_1(\tau) d\tau, \quad (3.7)$$

其中,

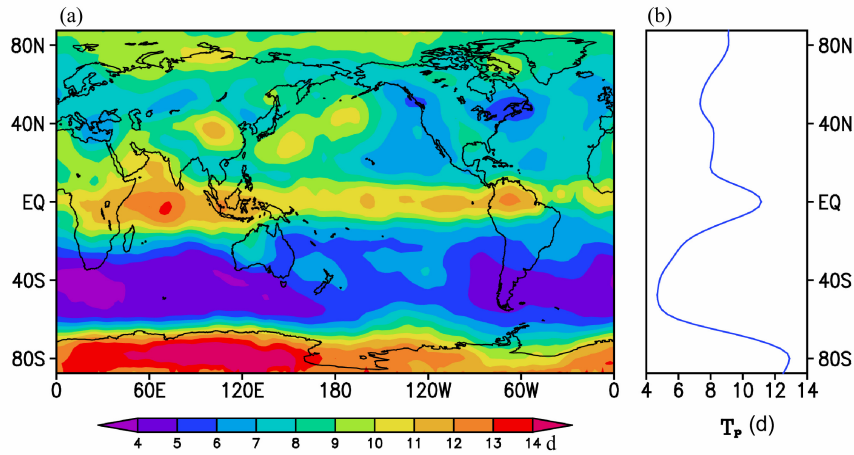


图 10 逐日 500 hPa 位势高度场全年平均可预报期限的 (a) 空间分布和 (b) 纬向平均随纬度分布 (T_p 表示可预报极限) (Li and Ding, 2011)
 Fig. 10 (a) Spatial distribution and (b) zonal mean of the annual mean predictability limit of the daily 500 hPa geopotential height field (T_p denotes the predictability limit) (Li and Ding, 2011)

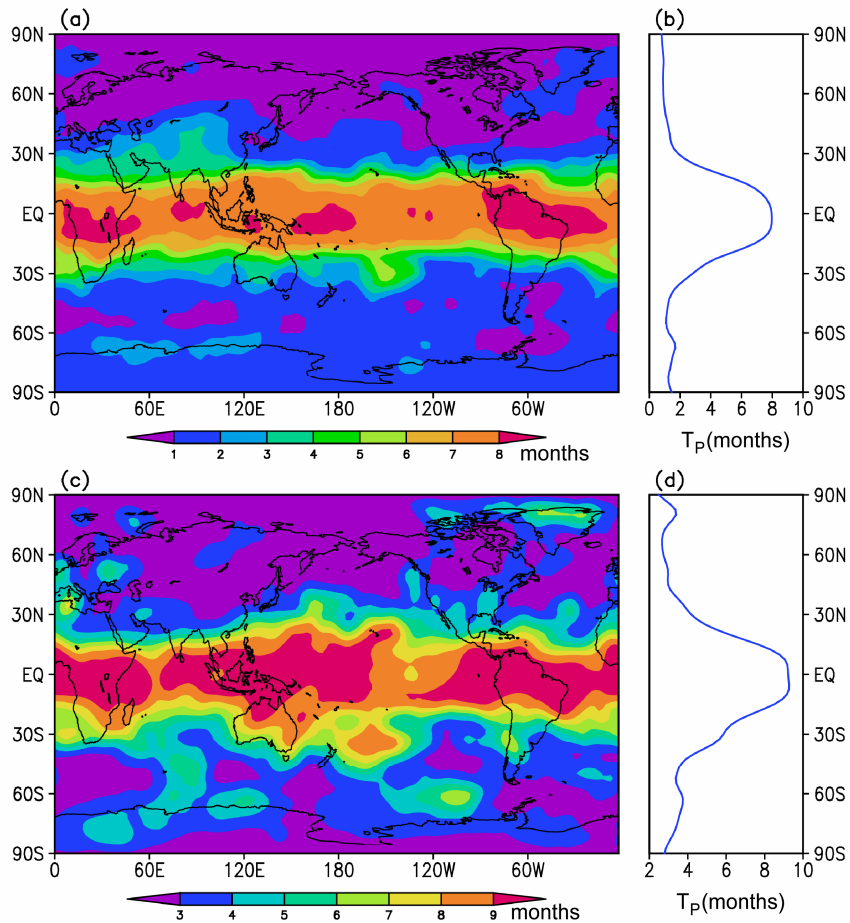


图 11 500 hPa 位势高度场可预报期限的年平均空间分布 (左列) 及纬向平均分布 (右列): (a, b) 月尺度; (c, d) 季节尺度 (李建平和丁瑞强, 2008)
 Fig. 11 Annual mean distributions (left panel) and their zonal mean(right panel) of the predictability limit of 500-hPa geopotential height at (a, b) monthly and (c, d) seasonal time scales (Li and Ding, 2008)

$$\begin{cases} \frac{\partial \lambda_1}{\partial \tau} + \left[\frac{\partial F(U_\tau + u_\tau; P + p')}{\partial u} \right]^* \lambda_1 = 0. \\ \frac{\partial \lambda_2}{\partial \tau} + \left[\frac{\partial F(U_\tau + u_\tau; P + p')}{\partial p'} \right]^* \lambda_2 = 0. \\ \lambda_1|_{\tau=t} = u_t. \\ \lambda_2|_{\tau=t} = 0. \end{cases} \quad (3.8)$$

可见, 求取目标函数关于参数扰动的梯度需要求解关于初值和参数的伴随模式。而在获得梯度之后, 就可以采用 SPG2 和 SQP 等算法数值求解 CNOP-P。

CNOP-P 也具有明确的物理意义。众所周知, 模式中有很多参数, 这些参数往往是由观测决定的。这些参数可能同时存在一定的不确定性。那么模式到底对哪个参数最为敏感, 哪个参数的小幅度变化可以对预报结果产生较大的影响? 通过 CNOP-P, 可以寻找到对预报有最大影响的参数扰动, 从而确定模式对哪些参数最为敏感, 然后进一步利用观测资料对这些参数进行校准。换言之, CNOP-P 可以表征对预报有最大影响的参数误差, 通过减小该参数误差, 可以改进模式, 进而提高预报技巧。另一方面, CNOP-P 可以用于研究模式参数的不确定性对最优前期征兆的影响, 以及在敏感性分析中研究最敏感的参数扰动。此外, 通过对比 CNOP-I 与 CNOP-P 对预报误差的影响, 可以判断预报失败主要是由模式误差或初始误差而导

致, 进而着力于改进模式或者初始场。Yu et al. (2012) 利用 ZC 模式, 应用 CNOP-I 与 CNOP-P 方法研究了模式误差和初始误差在 ENSO “春季可预报性障碍 (SPB)” 中的贡献, 结果表明在合理范围内的模式误差是无法导致 SPB, 而合理范围内的初始误差则能够导致 SPB (图 12), 因此在 ZC 模式中, SPB 主要是由初始误差引起的, 从而指导我们应该加强观测或资料同化方法, 改进 ENSO 预报模式的初始场。

4 总结与讨论

从动力学方法的角度回顾了第一类、第二类可预报性问题若干研究方法。在第一类可预报性问题研究方面, 回顾了线性奇异向量方法, 并讨论了其线性局限性; 在此基础上, 介绍了条件非线性最优扰动 (CNOP-I) 方法及其物理意义, 并以具体实例, 描述了 CNOP-I 在 ENSO 预测、台风预报、生态系统突变等方面的应用的研究进展, 探讨了非线性物理过程对天气预报、气候预测的影响; 从预报时限的角度出发, 回顾了 Lyapunov 指数方法和非线性局部 Lyapunov 指数 (NLLE) 方法, 讨论了 NLLE 方法在揭示非线性影响方面的优越性, 通过具体应用的例子, 说明了 NLLE 方法在研究天气、气候可预报性的预报时限问题中的作用。在第二类可预报性研究方面, 主要回顾了条件非线性最优参数扰动 (CNOP-P) 方法及其在 ENSO “春季可预报性障碍 (SPB)” 研究中的应用, 探讨了模式参数误差在非线性作用下对 ENSO 预报的影响, 比较了初始误差和模式误差对预报误差的贡献。上述研究为提高天气预报、气候预测的技巧提供了重要的指导意义。

虽然近些年可预报性研究的动力学方法取得了许多可喜的成果, 但是仍有许多问题需要进一步深入研究, 比如, 在第二类可预报性问题中, 虽然 CNOP-P 可以考虑模式参数误差引起的预报不确定性, 但它不能考虑其他类型模式误差引起的预报不确定性, 因此需要发展新的动力学方法以更好地考查第二类可预报性问题。事实上, 当前的可预报性研究已经不仅仅局限在研究最大预报误差和最大预报时间上, 而是扩展到了更为广泛的领域。Mu et al. (2004) 将可预报性研究概况为: 可预报性研究是关于预报结果不确定性的研究, 主要包括两方面, 一方面研究产生预报结果不确定性的原因及机

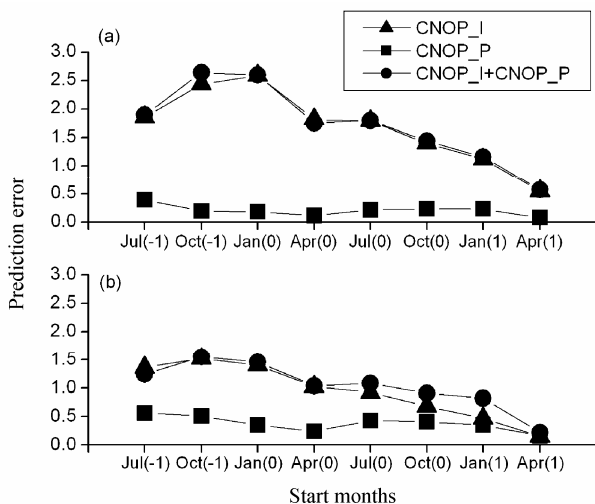


图 12 约束值 (a) 较大 ($\sigma = 0.8$) 和 (b) 较小 ($\sigma = 0.4$) 时 CNOP-I、CNOP-P 以及 CNOP-I+CNOP-P 在各个月份引起的集合平均的预报误差的大小 (Yu et al., 2012)

Fig. 12 (a) Ensemble mean of prediction errors for each month caused by the CNOP-I errors, CNOP-P errors, and their combined mode with (a) the larger constraint ($\sigma = 0.8$) and (b) the smaller constraint ($\sigma = 0.4$) (Yu et al., 2012)

制; 另一方面, 探索减少预报结果不确定性的方法和途径。目标观测、资料同化、集合预报等作为减少预报结果不确定性的方法和途径, 也属于当前可预报性研究的范畴。此外, 值得指出的是, 可预报性研究关注的一个重要方面是, 在目前的科学技术条件下, 人类对一些天气、气候事件预报、预测能力的“极限”。这可以使得公众乃至社会不会对气象预报提出不符合科学规律、超越时代的“过分”要求, 也可以使气象预报的发展、进步建立在科学、理性的基础之上(穆穆等, 2011)。

参考文献 (References)

- Barkmeijer J, Iversen T, Palmer T N. 2003. Forcing singular vectors and other sensitive model structures [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 129: 2401–2424.
- 陈明行, 纪立人. 1989. 数值天气预报中的误差增长及大气的可预报性 [J]. *气象学报*, 47: 147–155. Chen Minghang, Ji Liren. 1989. Error growth in numerical prediction and atmospheric predictability [J]. *Acta Meteorologica Sinica (in Chinese)*, 47: 147–155.
- 丁瑞强, 李建平. 2007. 误差非线性的增长理论及可预报性研究 [J]. *大气科学*, 31: 571–576. Ding Ruiqiang, Li Jianping. 2007. Nonlinear error dynamics and predictability study [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese)*, 31: 571–576.
- Ding R Q, Li J P. 2007. Nonlinear finite-time Lyapunov exponent and predictability [J]. *Physics Letters A*, 364: 396–400.
- 丁瑞强, 李建平. 2008. 混沌系统可预报期限随初始误差变化规律研究 [J]. *物理学报*, 57: 7494–7499. Ding Ruiqiang, Li Jianping. 2008. Study on the regularity of predictability limit of chaotic systems with different initial errors [J]. *Acta Physica Sinica (in Chinese)*, 57: 7494–7499.
- 丁瑞强, 李建平. 2009a. 非线性误差增长理论在大气可预报性中的应用 [J]. *气象学报*, 67: 241–249. Ding Ruiqiang, Li Jianping. 2009a. Application of nonlinear error growth dynamics in studies of atmospheric predictability [J]. *Acta Meteorologica Sinica (in Chinese)*, 67: 241–249.
- 丁瑞强, 李建平. 2009b. 天气可预报性的时空分布 [J]. *气象学报*, 67: 343–354. Ding Ruiqiang, Li Jianping. 2009b. The temporal–spatial distributions of weather predictability of different variables [J]. *Acta Meteorologica Sinica (in Chinese)*, 67: 343–354.
- Ding R Q, Li J P, Ha K J. 2008a. Nonlinear local Lyapunov exponent and the quantification of local predictability [J]. *Chinese Physics Letters*, 25: 1119–1122.
- Ding R Q, Li J P, Ha K J. 2008b. Trends and interdecadal changes of weather predictability during 1950s–1990s [J]. *J. Geophys. Res.*, 113 (D24): D24112, doi:10.1029/2008JD010404.
- Ding R Q, Li J P, Seo K H. 2010. Predictability of the Madden-Julian oscillation estimated using observational data [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 138: 1004–1013.
- Ding R Q, Li J P, Seo K H. 2011. Estimate of the predictability of boreal summer and winter intraseasonal oscillations from observations [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 139: 2421–2438.
- Duan W, Mu M. 2009. Conditional nonlinear optimal perturbation: Applications to stability, sensitivity, and predictability [J]. *Science in China (Ser. D)*, 52: 884–906.
- Duan W, Mu M, Wang B. 2004. Conditional non-linear optimal perturbation as the optimal precursors for El Niño–Southern Oscillation events [J]. *J. Geophys. Res.*, 109: D23105, doi:10.1029/2004JD004756.
- Fraedrich K. 1986. Estimating the dimensions of weather and climate attractors [J]. *J. Atmos. Sci.*, 43: 419–432.
- Fraedrich K. 1987. Estimating weather and climate predictability on attractors [J]. *J. Atmos. Sci.*, 44: 722–728.
- Jiang Z N, Mu M, Wang D H. 2008. Conditional nonlinear optimal perturbation of a T21L3 quasi-geostrophic model [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 134: 1027–1038.
- Kazantsev E. 1999. Local Lyapunov exponents of the quasi-geostrophic ocean dynamics [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 104: 217–257.
- Keppenne C L, Nicolis C. 1989. Global properties and local structure of the weather attractor over western Europe [J]. *J. Atmos. Sci.*, 46: 2356–2370.
- Lacarra J F, Talagrand O. 1988. Short-range evolution of small perturbations in a barotropic model [J]. *Tellus*, 40: 81–95.
- 李崇银. 1996. 气候变化及可预报性 (CLIVAR)——气候研究的国际新计划 [J]. *气候与环境研究*, (1): 87–95. Li Chongyin. 1996. An introduction to the CLIVAR—A new world climate research programme [J]. *Climatic and Environmental Research (in Chinese)*, (1): 87–95.
- Leith C E. 1983. Predictability in theory and practice [M] // *Large-Scale Dynamics Processes in the Atmosphere*. New York: Academic Press, 365pp.
- 李建平, 丁瑞强. 2008. 短期气候可预报期限的时空分布 [J]. *大气科学*, 32: 975–986. Li Jianping, Ding Ruiqiang. 2008. Temporal–spatial distributions of predictability limit of short-term climate [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese)*, 32: 975–986.
- 李建平, 丁瑞强. 2009. 混沌系统单变量可预报性研究 [J]. *大气科学*, 33: 551–556. Li Jianping, Ding Ruiqiang. 2009. Studies of predictability of single variable from multi-dimensional chaotic dynamical system [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Science (in Chinese)*, 33: 551–556.
- Li J P, Ding R Q. 2011. Temporal–spatial distribution of atmospheric predictability limit by local dynamical analogues [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 139: 3265–3283.
- 李建平, 丁瑞强, 陈宝花. 2006. 大气可预报性研究的回顾与展望 [M]. 北京: 气象出版社, 96–104. Li Jianping, Ding Ruiqiang, Chen Baohua. 2006. Review and Prospect on the Predictability Study of the Atmosphere. Review and Prospects of the Developments of Atmosphere Sciences in Early 21st Century (in Chinese) [M]. Beijing: China Meteorological Press, 96–104.
- Li J P, Wang S H. 2008. Some mathematical and numerical issues in geophysical fluid dynamics and climate dynamics [J]. *Communications in Computational Physics*, 3: 759–793.
- Liu Z Y. 2002. A simple model study of ENSO suppression by external periodic forcing [J]. *J. Atmos. Sci.*, 15: 1088–1098.
- Lorenz E N. 1963. Deterministic nonperiodic flow [J]. *J. Atmos. Sci.*, 20: 130–141.

- Lorenz E N. 1969. Three approaches to atmospheric predictability [J]. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 50: 345–349.
- Lorenz E N. 1975. Climate predictability [M]. Appendix 2.1 in *Global Atmospheric Research Programme Publication Series, No.16*, World Meteorology Organization Geneva, 265pp.
- Mu M. 2000. Nonlinear singular vectors and nonlinear singular values [J]. *Science in China (Ser. D)*, 43: 375–385.
- 穆穆, 陈博宇, 周非凡, 等. 2011. 气象预报的方法与不确定性 [J]. *气象*, 37 (1): 1–13. Mu M, Chen Boyu, Zhou Feifan, et al. 2011. Methods and uncertainties of meteorological forecast [J]. *Meteorological Monthly (in Chinese)*, 37 (1): 1–13.
- Mu M, Duan W S. 2003. A new approach to studying ENSO predictability: Conditional nonlinear optimal perturbation [J]. *Chinese Science Bulletin*, 48: 1045–1047.
- Mu M, Duan W, Wang B. 2003. Conditional nonlinear optimal perturbation and its applications [J]. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 10: 493–501.
- Mu M, Duan W S, Chou J F. 2004. Recent advances in predictability studies in China (1999–2002) [J]. *Advances in Atmospheric Sciences*, 21: 437–443.
- Mu M, Duan W, Wang B. 2007a. Season-dependent dynamics of nonlinear optimal error growth and ENSO predictability in a theoretical model [J]. *J. Geophys. Res.*, 112: D10113, doi:10.1029/2005JD006981.
- Mu M, Xu H, Duan W. 2007b. A kind of initial errors related to “spring predictability barrier” for El Niño events in Zebiak-Cane model [J]. *Geophys. Res. Lett.*, 34: L03709, doi:10.1029/2006GL027412.
- Mu M, Duan W S, Wang Q, et al. 2010. An extension of conditional nonlinear optimal perturbation approach and its applications [J]. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 17: 211–220.
- Mu M, Jiang Z N. 2008a. A new approach to the generation of initial perturbations for ensemble prediction: Conditional nonlinear optimal perturbations [J]. *Chinese Science Bulletin*, 53: 2062–2068.
- Mu M, Jiang Z N. 2008b. A method to find perturbations that trigger blocking onset: Conditional nonlinear optimal perturbation [J]. *J. Atmos. Sci.*, 65: 3935–3946.
- Mu M, Wang J. 2001. Nonlinear fastest growing perturbation and the first kind of predictability [J]. *Sciences in China (Ser. D)*, 44: 1128–1139.
- Mu M, Zhang Z Y. 2006. Conditional nonlinear optimal perturbation of a barotropic model [J]. *J. Atmos. Sci.*, 63: 1587–1604.
- Mu M, Zhou F F, Wang H L. 2009. A method for identifying the sensitive areas in targeted observations for tropical cyclone prediction: Conditional nonlinear optimal perturbation [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 137: 1623–1639.
- Moore A M, Kleeman R. 1999. Stochastic forcing of ENSO by the intraseasonal oscillation [J]. *J. Climate*, 12: 1199–1220.
- Qin X H, Mu M. 2011. Influence of conditional nonlinear optimal perturbations sensitivity on typhoon track forecasts [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 138(662): 185–197, doi:10.1002/qj.902.
- Riviere O, Lapeyre G, Talagrand O. 2008. Nonlinear generalization of singular vectors: Behavior in a baroclinic unstable flow [J]. *J. Atmos. Sci.*, 65: 1896–1911.
- Sun L, Mu M, Sun D, et al. 2005. Passive mechanism of decadal variation of thermohaline circulation [J]. *J. Geophys. Res.*, 110: C07025, doi:10.1029/2005JC002897.
- Sun G D, Mu M. 2009. Nonlinear feature of the abrupt transitions between multiple equilibria states of an ecosystem model [J]. *Advances in Atmospheric Sciences*, 26(2): 293–304, doi:10.1007/s00376-009-0293-8.
- Simmons A J, Mureau R, Petroliaqis T. 1995. Error growth and estimates of predictability from the ECMWF forecasting system [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 121: 1739–1771.
- Terwisscha van Scheltinga A D, Dijkstra H A. 2008. Conditional nonlinear optimal perturbations of the double-gyre ocean circulation [J]. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 15: 727–734.
- Thompson P D. 1957. Uncertainty of initial state as a factor in the predictability of large-scale atmospheric flow patterns [J]. *Tellus*, 9: 275–295.
- 徐辉. 2006. Zebiak-Cane ENSO 预报模式的可预报性问题研究 [D]. 中国科学院大气物理研究所博士学位论文, 145pp. Xu H. 2006. Studies of Predictability Problems for Zebiak-Cane ENSO Model [D]. Ph. D. dissertation (in Chinese), Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, 145pp.
- Yoden S, Nomura M. 1993. Finite-time Lyapunov stability analysis and its application to atmospheric predictability [J]. *J. Atmos. Sci.*, 50: 1531–1543.
- Yu Y S, Duan W S, Mu M. 2009. Dynamics of nonlinear error growth and season-dependent predictability of El Niño events in the Zebiak-Cane model [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 135: 2146–2160.
- Yu Y S, Mu M, Duan W S. 2012. Does model parameter error cause a significant “Spring Predictability Barrier” for El Niño events in the Zebiak-cane model? [J]. *J. Climate*, 25: 1263–1277.
- Zhou F F, Mu M. 2011. The impact of verification area design on tropical cyclone targeted observations based on the CNOP method [J]. *Advances in Atmospheric Sciences*, 28 (5): 997–1010, doi:10.1007/s00376-011-0120-x.
- Ziemann C, Smith L A, Kurths J. 2000. Localized Lyapunov exponents and the prediction of predictability [J]. *Physics Letters A*, 271: 237–251.
- Zebiak S E, Cane M A. 1987. A model El Niño-Southern Oscillation [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 115: 2262–2278.